II LA fonction exponentielle : définition et propriétés algébriques

1°) Définition et notation.

Parmi les fonctions exponentielles de base a, il y en a une particulière : la fonction exponentielle de base e

Le nombre e est appelé nombre d'Euler (en référence au mathématicien du même nom) et il a pour valeur approchée $e \simeq 2{,}71828...$

- Le nombre e possède beaucoup de propriétés et on le retrouve dans bien des domaines mathématiques ou scientifiques
- Le nombre e est irrationnel comme π ou $\sqrt{2}$, c'est à dire qu'il ne peut pas être écrit sous forme de fraction

Définition et notation

LA fonction exponentielle est notée exp et elle est définie sur $\mathbb{R}$ par $\exp(x) = e^x$

C'est la fonction exponentielle de base e

Remarque :

- La valeur de e est obtenue avec $\exp(1) = e^1 = e$
- A la calculatrice, on utilise les touches
  - $\boxed{e^x}$ sur NUMWORKS
  - $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\ln}$ sur CASIO
  - $\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\ln}$ sur TEXAS

ln fait référence au logarithme népérien, fonction indissociable de la fonction exponentielle

2°) Propriétés algébriques

Propriétés :

1. $e^0 = 1$ et $e^1 = e$
2. $e^{x+y} = e^x \times e^y$
3. $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$
4. $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$
5. Pour tout entier naturel n $(e^x)^n = e^{nx}$

Remarque : on retrouve les propriétés des puissances entières

Exemples :

- $e^{-1} = \dfrac{1}{e^1} = \dfrac{1}{e}$
- $e^8 \times e^3 = e^{8+3} = e^{11}$
- $\dfrac{e^7}{e^5} = e^{7-5} = e^2$
- $\dfrac{e^3 \times e^2}{e^{-3}} = e^{3+2-(-3)} = e^8$
- $(e^2)^5 = e^{2\times 5} = e^{10}$