III Etude de la fonction exponentielle

1) Dérivation et sens de variation

Propriété

La fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et est elle-même sa propre dérivée.

$$(e^x)' = e^x \qquad (\text{ou } \exp'(x) = \exp(x) = e^x)$$

Conséquence : Etude des variations

Pour étudier les variations de la fonction exponentielle, on étudie le signe de sa dérivée.

Or on sait que pour tout réel x $e^x > 0$

d'où le tableau suivant

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
signe de $\exp'(x) = e^x$	+
variations de exp	↗

A retenir :

- La fonction exponentielle est strictement croissante (LA COURBE "MONTE")
- La fonction exponentielle est strictement positive (LA COURBE EST AU-DESSUS DE L'AXE DES ABSCISSES)

→ voir exercices-type pour l'étude des variations de fonctions avec exponentielle

Copyright : ©Programmaths 2021

2°) Etude locale au voisinage de 0 et courbe représentative

Pour l'étude locale, on détermine l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle (notée C_{exp}) au point d'abscisse 0

La tangente a pour équation

$y = f'(a)(x-a) + f(a)$ a = abscisse du point de contact

$\Leftrightarrow \; y = f'(0)(x-0) + f(0)$

avec $f(x) = e^x$ et $f'(x) = e^x$

donc $f(0) = e^0 = 1$ et $f'(0) = e^0 = 1$

Donc la tangente a pour équation

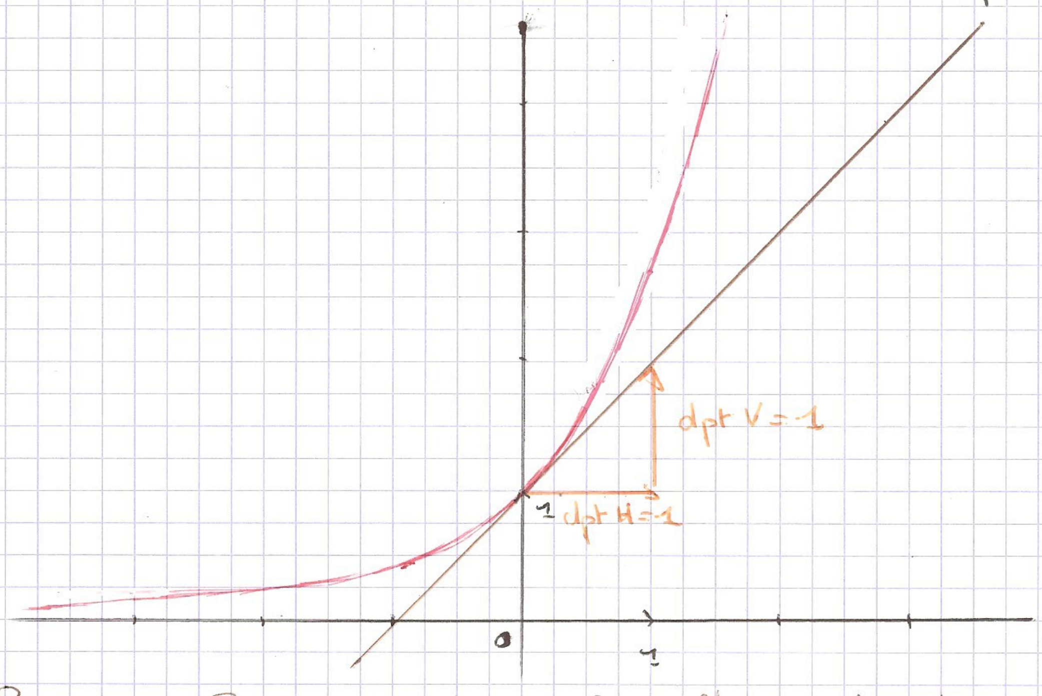
$y = 1(x-0) + 1$

$\Leftrightarrow \; y = x + 1$

Tableau de valeurs pour dessin

x	0	1
$y = x+1$	1	2

D'où l'allure de la courbe représentative C_{exp}.



Remarque : Pour la tangente, le coefficient directeur est

$a = 1 = \frac{1}{1} = \frac{\text{déplacement vertical}}{\text{déplacement horizontal}}$

Copyright : ©Programmaths 2021