

exemple d'étude des variations d'une fonction avec exponentielle.

Exemple 1, Étudions les variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = xe^x$

Pour étudier les variations de  $f$ , on étudie le signe de  $f'(x)$

→ calcul de  $f'(x)$

on a  $f(x) = xe^x$        $(uv)' = u'v + uv'$

$u = x$        $u' = 1$

$v = e^x$        $v' = e^x$

$$f'(x) = 1 \times e^x + x \times e^x \Rightarrow \text{à FACTORISER}$$
$$= e^x (1+x)$$

→ Tableau de signe de  $f'(x)$  et de variation de  $f$

$$1+x=0$$
$$\Leftrightarrow x=-1$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
signe de $x+1$	-	0	+
signe de $e^x$	+		+
signe de $f'(x)$	-	0	+
variations de $f$			

$$f(-1) = -1 \times e^{-1} = -e^{-1} = -\frac{1}{e}$$

Exemple 2: Etudier les variations de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $f(x) = \frac{e^x}{x}$

Dg:  $\mathbb{R}^* = ]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$

Pour étudier les variations de  $f$ , on étudie le signe de  $f'(x)$

→ Calcul de  $f'(x)$

on a  $f(x) = \frac{e^x}{x}$

$u = e^x \quad u' = e^x$

$v = x \quad v' = 1$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$f'(x) = \frac{x \cdot e^x - e^x \cdot 1}{x^2} = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$

→ Tableau de signe de  $f'(x)$  et de variation de  $f$

$x - 1 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = 1$

$f(1) = \frac{e^1}{1} = e$

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$x - 1$	-		-	+
$e^x$	+		+	+
$x^2$	+		+	+
signe de $f'(x)$	-		-	+
variations de $f$				