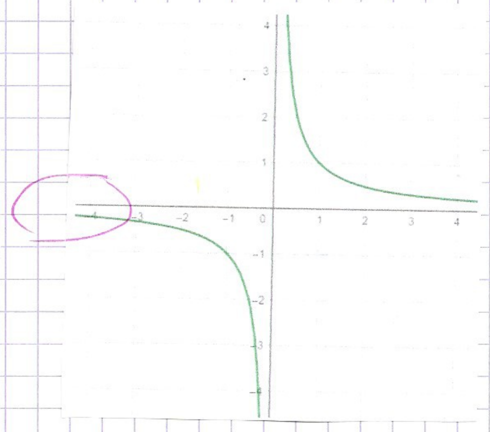
Interprétation graphique :

La courbe représentative de la fonction inverse se rapproche de plus en plus de l'axe des abscisses

On dit que l'axe des abscisses est une asymptote à la courbe représentative de la fonction inverse.

2°) Au voisinage de $-\infty$ (x tend vers $-\infty$)



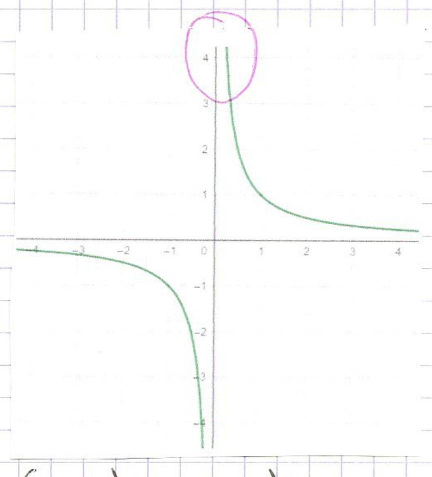
De la même façon, on peut écrire :

quand $x \to -\infty$, $\frac{1}{x} \to 0$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Ici aussi l'axe des abscisses est asymptote à la courbe

3°) Au voisinage de 0 quand x reste positif (limite à droite de 0)



Quand $x \to 0$ et $x > 0$

on a $\frac{1}{x} \to +\infty$

On écrit alors

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} = +\infty$$

Graphiquement, on constate que la courbe représentative se rapproche de plus en plus de l'axe des ordonnées

L'axe des ordonnées est asymptote à la courbe

Vocabulaire :

On dit qu'on a ici déterminé la limite de la fonction inverse à droite de zéro

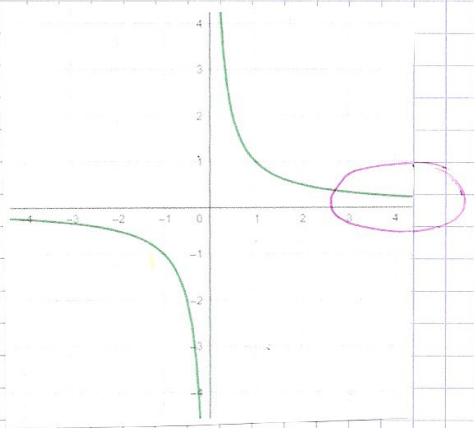
Copyright : ©Programmaths 2020

II Etude des limites de la fonction inverse

La fonction inverse est définie sur $\mathbb{R}^* =]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$

On s'intéresse au comportement de la fonction lorsque x se rapproche des bornes de l'intervalle (des extrémités)

1°) Au voisinage de $+\infty$ (x tend vers $+\infty$)



- Quand x prend des valeurs de plus en plus grandes, alors $y = \frac{1}{x}$ prend des valeurs de plus en plus proches de zéro

On dit :

Quand x tend vers $+\infty$, $\frac{1}{x}$ tend vers 0

et on écrit

quand $x \to +\infty$, $\frac{1}{x} \to 0$

On a ainsi déterminé la limite de la fonction inverse quand x tend vers $+\infty$

Notations :

- $\longrightarrow$ signifie "tend vers"
- On écrit

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$ qui se lit : "la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\frac{1}{x}$ vaut 0"

Remarque : Repérage des x et des y dans la notation

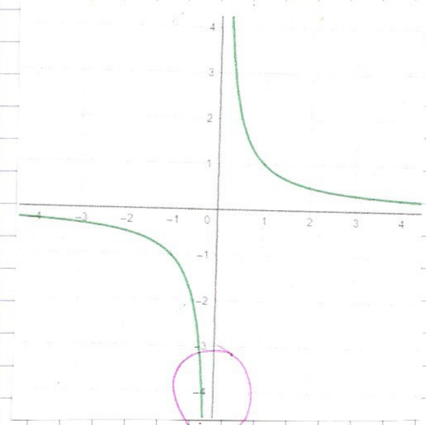
$$\lim_{\boxed{x \to +\infty}} \boxed{\frac{1}{x}} = \boxed{0}$$

$\boxed{0}$ $\longrightarrow$ concerne les y donc les ordonnées

$\boxed{\frac{1}{x}}$ $\longrightarrow$ expression de la fonction

$\boxed{x \to +\infty}$: Concerne les x donc les abscisses

4°/ Au voisinage de 0 quand x reste négatif (limite à gauche de 0)



Quand $x \to 0$ et $x < 0$

on a $\frac{1}{x} \longrightarrow -\infty$

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ x < 0}} \frac{1}{x} = -\infty$$

Il s'agit ici de la limite à gauche de 0

L'axe des ordonnées est asymptote à la courbe

5°/ Tableau de variation complet.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signe de $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$		$-$	‖	$-$	
Variations de f	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

Copyright : ©Programmaths 2020